

Pavadinimas. Paklaidos. Skaičiaus artinys, absoliučioji artinio paklaida.
Dalykas. Matematika
Klasė III G Bendrasis kursas
Pasiekimų sritis Apima visas tris pasiekimų sritis: gilus supratimas ir argumentavimas A1, A3; matematinis komunikavimas B1, B2; problemų sprendimas C1.
Mokymo(si) turinio tema. Skaičiai. Veiksmai. Reiškiniai
Ilgalaikio plano dalis. Skaičiaus modulis
Valandų skaičius nurodytas ilgalaikiame plane. 2 valandos
Mokymosi uždaviniai (pamatuojami) ir vertinimo kriterijai: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Gebėti tinkamai ir tikslingai vartoti matematinės sąvokas, faktus.</li> <li>2. Gebėti tinkamai atlikti matematinės procedūras susijusias su skaičiaus artiniu ir absoliučiąja artinio paklaida.</li> <li>3. Gebėti analizuoti paprastas problemines situacijas ir pasiūlyti modelį problemai išspręsti</li> </ol>
Galimi mokymo(si) metodai, siūloma veikla. Paruošta medžiaga gali būti naudojama pamokoje kaip dalijamoji medžiaga.
Siūloma papildoma medžiaga / literatūra / skaitmeninės mokymo priemonės (SMP): Matematika 9 klasei ir gimnazijų 1 klasei 1 dalis, Kaunas „Šviesa“ 2002, psl. 39-43.
Reikalingi materialiniai ir technologiniai ištekliai. Kompiuteris, kopijavimo aparatas, jei naudojama kaip dalijamoji medžiaga, projektorius.
Medžiagą parengė matematikos mokytojos metodininkės: Jurga Deveikytė, Lina Stasiūnaitė

## 1 pamoka

### Skaičiaus artinys. Absoliučioji artinio paklaida

Sprendžiant įvairias gamtos, socialinių mokslų problemas dažniausia susiduriama su apytikslėmis dydžių reikšmėmis. Atliekant fizikinius-cheminius matavimus, gaunamos apytikslės dydžių reikšmės (tai susiję su matavimo prietaisų netobulumu, bandymo sąlygų kitimu ir kt.). Jei sakoma, kad Dainų šventėje dalyvavo 37000 dalyvių, tai suprantame, kad tai yra ne tikslus, o apytikslis dalyvių skaičius: jų galėjo būti ir 36815, ir 37352. Organizatoriai žino tikslų dalyvių skaičių, tačiau tokį skaičių būtų sunku prisiminti, todėl skaičius yra apvalinamas.

Skaičiai dažnai yra apvalinami pagal žinomas apvalinimo taisykles ir vietoj tikslios skaičiaus  $x$  reikšmės naudojamas jos artinys  $a$ .

Skaičiaus  $x$  **artinys** yra skaičius  $a$  apytiksliai lygus šiam skaičiui, t.y.  $x \approx a$ .

Jei  $a < x$ , tai  $a$  vadinamas **artiniu su trūkumu**,  
jei  $a > x$ , tai  $a$  vadinamas **artiniu su pertekliumi**.

Pavyzdžiui, skaičiaus  $x = 37261$  artinys su trūkumu galėtų būti  $a = 37200$ , artinys su pertekliumi galėtų būti  $a = 37300$ .

Skaičiaus ir jo artinio skirtumas vadinamas **artinio paklaida**.

Artinio su trūkumu paklaida yra teigiama, o artinio su pertekliumi paklaida yra neigiama.

Pavyzdžiui, skaičių  $x = 37261$  pakeitę artiniu  $a = 37200$ , gauname paklaidą

$$37261 - 37200 = 61;$$

skaičių  $x = 37261$  pakeitę artiniu  $a = 37300$ , gauname paklaidą

$$37261 - 37300 = -39.$$

Realiojo skaičiaus  $x$  artinio  $a$  **absoliučiąją paklaidą** vadinamas skaičiaus  $x$  ir jo artinio  $a$  skirtumo modulis, t.y.

$$|x - a|.$$

Kartais skaičiaus  $x$  artinio  $a$  absoliučioji paklaida žymima  $\Delta x$ :  $\Delta x = |x - a|$ .

Pavyzdžiui: a)  $\frac{13}{53} \approx 0,2453$ ,  $\Delta x = \left| \frac{13}{53} - \frac{2453}{10000} \right| = \frac{9}{530000}$ .

b) 2024 metų sausio 1d. duomenimis Vilniaus mieste buvo 592156 gyventojai. Žurnalistas rašydamas straipsnį pateikė apytikslį gyventojų skaičių: 590000. Raskime žurnalistą pateikto artinio absoliučiąją paklaidą:

$$|592156 - 590000| = 2156.$$

## Uždaviniai

1. Skaičių  $\frac{384}{1111}$  išreikškite dešimtaine trupmena ir suapvalinkite  
 a) iki dešimtųjų;      b) iki šimtųjų;      c) iki tūkstantųjų.

Kiekvienu atveju raskite skaičiaus  $\frac{384}{1111}$  artinio absoliučiąją paklaidą.

2. Vykstant cheminei reakcijai turėjo išsiskirti 1l vandens, bet matavimo prietaisas parodė netikslų rezultatą – kad išsiskyrė 0,92l vandens. Matavimo artinio absoliučioji paklaida litrais yra

**A** 1,92      **B** 0,08      **C** –0,08      **D** –1,92

3. Vytautas sode išmatavęs obels sodinuko aukštį į stebėjimo sąsiuvinį įrašė 110 cm. Iš tikrųjų sodinukas buvo 110,6 cm aukščio. Kokia yra Vytauto matavimo absoliučioji paklaida?
4. Trys mokinukai Laurynas, Jokūbas ir Mantas matavo gautų lygiakraščių trikampių kraštines. Tikslios kraštinių ilgių reikšmės ir gautų matavimų reikšmės pateiktos lentelėje.

	Tikslus kraštinės ilgis (cm)	Mokinuko gautas kraštinės ilgio artinys (cm)	Kraštinės ilgio artinio absoliučioji paklaida (cm)
Jokūbas	11,3	11	$\Delta j$
Laurynas	8,93	9	$\Delta l$
Mantas	9,5	10	$\Delta m$

Kuris teiginys teisingas?

**A**  $\Delta m < \Delta l < \Delta j$       **B**  $\Delta l < \Delta m < \Delta j$       **C**  $\Delta l < \Delta j < \Delta m$       **D**  $\Delta j < \Delta m < \Delta l$

5. Smiltė, laikydamasi įprastų apvalinimo taisyklių, apskaičiavo skaičiaus  $2\frac{1}{7}$  apytikslę reikšmę *a*. Apskaičiavusi artinio *a* absoliučiąją paklaidą gavo  $\frac{1}{7000}$ . Kokia galėjo būti artinio *a* reikšmė? (Du atvejai).
6. Morta išmatavusi stačiakampio ilgį gavo 20 cm. Paašškėjo, kad matavimo absoliučioji paklaida yra 0,7 cm. Kokia galėjo būti stačiakampio ilgio tiksloji reikšmė?
7. Ar teisingas teiginys?  
 a) Skaičiaus artinys visada mažesnis už skaičių.  
 b) Skaičiaus artinio absoliučioji paklaida yra teigiamas skaičius.  
 c) Jei žinome skaičių ir jo artinį, tai galima vienareikšmiškai apskaičiuoti artinio absoliučiąją paklaidą.  
 d) Žinodami skaičiaus artinį ir to artinio absoliučiąją paklaidą galime vienareikšmiškai apskaičiuoti skaičių.

## 2 pamoka

### Skaičiaus artinio tikslumas

Atliekant įvairius matavimus, dydžio tikslios reikšmės dažniausiai nežinome. Taigi, negalime rasti ir artinio absoliučiosios paklaidos. Tačiau galime nustatyti skaičių  $h$  ( $h > 0$ ), kurio absoliučioji paklaida neviršija, t.y. teisinga nelygybė

$$|x - a| \leq h \text{ (arba } a - h \leq x \leq a + h \text{)}.$$

Jei artinio absoliučioji paklaida yra ne didesnė už skaičių  $h$ , tai tas artinys vadinamas **artiniu tikslumu  $h$** .

Absoliučiajai paklaidai vertinti dažniausiai naudojame skaičius  $h = 0,1$ ,  $h = 0,01$ ,  $h = 0,001$  ir t.t.

Iracionalųjų skaičių  $\sqrt{17}$  suapvalinę tikslumu  $h = 0,001$ , gauname  $\sqrt{17} \approx 4,123$ ; skaičių  $\pi$  suapvalinę tikslumu  $h = 0,0001$ , gauname  $\pi \approx 3,1416$ .

### Uždaviniai

- Paprastąją trupmeną išreikškite dešimtaine ir suapvalinkite nurodytu tikslumu  $h$ .  
a)  $\frac{5}{6}$ ,  $h = 0,1$ ;    b)  $\frac{5}{11}$ ,  $h = 0,01$ ,    c)  $\frac{7}{23}$ ,  $h = 0,001$ ;    d)  $\frac{17}{29}$ ,  $h = 0,00001$ .
- Iracionalųjų skaičių suapvalinkite 0,0001 tikslumu.  
a)  $\sqrt{3}$ ;    b)  $\sqrt{10}$ ;    c)  $\sqrt{2024}$ ;    d)  $\sqrt[3]{2125}$ .
- Apskaičiuokite reiškinių reikšmę, gautąjį rezultatą suapvalinkite tikslumu  $h$ .  
a)  $\frac{3,6+6,3}{3,6-6,3}$ ,  $h = 0,1$ ;    b)  $\frac{4-2 \cdot 3}{0,58-1,2}$ ,  $h = 0,01$ ;    c)  $2(\sqrt{3} - 2) - (\sqrt{3} - 4)$ ,  $h = 0,001$ .
- Jūratė, spręsdama uždavinį apie skaičiaus  $k$  artinio absoliučiąją paklaidą, užrašė nelygybę  $|k - 5,2| \leq 1,2$ .  
a) Kokią skaičiaus  $k$  artinio reikšmę gavo Jūratė?  
b) Kokio mažiausio skaičiaus neviršija artinio tikslumas  $h$ ?  
c) Parašykite tris galimas  $k$  reikšmes.  
d) Žinoma, kad  $k \in \mathbb{N}$ . Raskite visus tokius skaičius  $k$ .
- Kokiu tikslumu  $h$  pateiktos skaičiaus  $x$  apytikslės reikšmės?  
a)  $x \approx 1,205$ ;    b)  $x \approx 1,23405$ ;    c)  $x \approx 1,234050$ .
- Jonas ir Toma fizikos laboratorinio darbo metu svėrė monetas: Jonas – 1 euro, o Toma – 2 eurų. Pateikdamas duomenis Tomas užrašė, kad 1 euro moneta sveria 7,75 g. Toma užrašė, kad 2 eurų moneta sveria 8,25 g. Lietuvos bankas skelbia, kad 1 euro moneta sveria 7,50 g, o 2 eurų moneta sveria 8,50 g.

6.1. Skaičiuodami parodykite, kad abiejų mokinių svėrimo absoliučiosios paklaidos yra lygios.

6.2\*. Kurio mokinio rezultatas tikslesnis? (žr. pastabą)

Pastaba. Matavimo arba skaičiavimo tikslumo rodiklis yra santykinė paklaida: kuo ji mažesnė, tuo matavimas ar skaičiavimas yra tikslesnis.

Jei yra žinoma tiksli dydžio reikšmė, tai **artinio santykinė paklaida** lygi artinio absoliučiosios paklaidos ir tikslios dydžio reikšmės modulio santykiui, t.y.

$$\frac{|x-a|}{|x|}.$$

Jei tiksli dydžio reikšmė nėra žinoma, tai **artinio santykinė paklaida** lygi artinio absoliučiosios paklaidos ir artinio modulio santykiui, t.y.

$$\frac{|x-a|}{|a|}.$$